

## مقاله علمی - پژوهشی

# کنترل وضعیت ماهواره‌ی کوچک دارای کمبود عملگر با استفاده از کنترل پیش‌بین مدل

محمد نوابی<sup>۱\*</sup>، پوریا زارعی<sup>۲</sup>

۱ و ۲- مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی

\*ولنجک، تهران، ایران

m\_navabi@sbu.ac.ir

استفاده از ماهواره‌های دارای ابعاد کوچک به دلیل پایین بودن هزینه‌های عملیاتی مورد توجه بوده و طراحی زیر سیستم کنترل وضعیت برای این نوع ماهواره‌ها با توجه به محدودیت‌های عملگر مسئله مهمی است. در این مقاله ماهواره مورد بحث تنها دارای دو عملگر است، به طوری که در طول ماموریت یکی از عملگرهای آن دچار خرابی شده است. در نتیجه زیرسیستم کنترل وضعیت آن تنها دارای دو عملگر چرخ عکس‌العملی است. کنترل‌های کلاسیک توانایی کنترل چنین سیستمی را ندارند و با توجه به محدودیت عملگر و منابع انرژی در ماهواره‌های کوچک، بر اساس ماهیت غیرخطی معادلات و در نظر گرفتن اثرات کوپلینگ، در این مقاله از کنترل پیش‌بین مدل استفاده شده و قیود ورودی و کنترلی در آن ارضا شده است. برای بهینه‌سازی تابع هزینه در این الگوریتم یک بهینه‌ساز غیرمحدب غیرخطی با توجه به نوع مسئله در هر گام الگوریتم کنترلی در نظر گرفته شده است. شبیه‌سازی‌ها برای یک نمونه ماهواره در زوایای کوچک و بزرگ وضعیت انجام شده و رسیدن به مقدار مرجع تضمین شده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل وضعیت، کنترل پیش‌بین، کمبود عملگر

## مقدمه

در دو دهه اخیر موضوع کنترل وضعیت ماهواره‌های کوچک و زیر سیستم کنترل وضعیت و عملگرهای آن یکی از مسائل مهم بوده است. خرابی این عملگرها و ارائه راهکارهای پیشنهادی در زمینه بالابردن قابلیت اطمینان مربوط به اضافه کردن عملگرها است. راه حل افزودن سیستمی مکانیکی که توانایی رفع عیب از عملگر از کار افتاده را داشته باشد به علت پیچیده‌تر شدن سیستم، بالارفتن هزینه‌ها، افزایش حجم و وزن سیستم، مورد توجه قرار نگرفته است. یکی از بهترین راه حل‌ها مخصوصاً در ماهواره‌های کوچک، کنترل

این سیستم با عملگرهای باقی مانده است، که با توجه به اهمیت مانور و دقت بالا در کنترل وضعیت یک ماهواره، در صورت خرابی عملگر انتخاب یک کنترلر مناسب چالش برانگیز است [۵-۱].

کنترل‌های کلاسیک قادر به کنترل چنین سیستمی نیستند. در این مقاله کنترل پیش‌بین مدل که در بین سایر کنترلرها عملکرد مناسبی دارد، استفاده شده است. از جمله ویژگی‌های این الگوریتم گسسته و صنعتی می‌توان به طراحی سیستماتیک، در نظر گرفتن محدودیت‌های ورودی، کنترل و خروجی اشاره کرد [۶].

به کارگیری کنترل پیش‌بین با توجه به ویژگی‌های آن و ایجاد یک مسیر آینده و پیش‌بینی آن و از طرف دیگر تعقیب یک مسیر یا رسیدن به یک مقدار مرجع، در اکثر وسایل پروازی در حال توسعه می‌باشد.

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)

۲. کارشناس ارشد

بر ماهواره،  $T_c$  گشتاور کنترلی و  $H$  مومنتوم زاویه‌ای کلی ماهواره است که با در نظر گرفتن دو چرخ عکس‌العملی به صورت معادله (۲) در نظر گرفته شده است [۱۳].

$$H = I\omega + h_{RW} \quad (2)$$

که در این معادله  $h_{RW}$  مومنتوم زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی و  $I$  ماتریس ممان اینرسی ماهواره است.

با جایگذاری معادله‌ی (۲) در معادله (۱)، معادله‌ی دینامیکی ماهواره به صورت معادله‌ی (۳) بدست می‌آید.

$$\dot{H} = -\omega * (I\omega + h_{RW}) + T_c + T_d \quad (3)$$

گشتاورهای خارجی وارد بر ماهواره صفر فرض شده و گشتاور کنترلی توسط چرخ عکس‌العملی تولید شده در معادله‌ی (۴) آمده است.

$$T_c = -\dot{h}_{RW} \quad (4)$$

با فرض قرارگیری چرخ‌های عکس‌العملی بر روی محورهای اصلی ماهواره، ماتریس اینرسی ماهواره به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$I = \text{diag}(I_x, I_y, I_z) \quad (5)$$

در نتیجه مقدار مومنتوم زاویه‌ای هر محور با در نظر گرفتن چرخ عکس‌العملی به صورت معادله‌ی (۶) نوشته شده است.

$$\begin{aligned} h_x &= -I_{RW_1} \omega_{RW_1} \\ h_y &= -I_{RW_2} \omega_{RW_2} \end{aligned} \quad (6)$$

در معادله‌ی (۶)  $I_{RW_i}$  و  $\omega_{RW_i}$  به ترتیب نشانده‌ی ممان اینرسی و سرعت زاویه‌ای  $i$  امین چرخ عکس‌العملی است. مومنتوم زاویه‌ای توسط دو چرخ عکس‌العملی بر روی دو محور بدنی  $X$  و  $Y$  تولید شده و نرخ مومنتوم زاویه‌ای کل ماهواره صفر است.

### معادلات سینماتیکی

با فرض ثابت بودن دستگاه مرجع مداری نسبت به دستگاه بدنی ماهواره و صرف نظر کردن از فرکانس مداری، نرخ تغییرات زاویه‌ای اولر به صورت معادله‌ی (۷) است [۱۴].

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\varphi) \tan(\theta) & \cos(\varphi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) \sec(\theta) & \cos(\varphi) \sec(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

### معادلات کاهش یافته ماهواره

با جایگذاری معادله‌ی سینماتیکی در معادله‌ی دینامیک و نوشتن فرم معادلات به صورت کاهش یافته، معادلات وضعیت ماهواره با دو چرخ عکس‌العملی به صورت معادله‌ی (۸) بدست می‌آید.

مسئله کنترل وضعیت فضاپیما با استفاده از کنترل پیش‌بین مدل در اواسط دهه ۱۹۹۰ میلادی مطرح شد. در این دهه کنترل پیش‌بین غیرخطی برای کنترل وضعیت فضاپیما، در یک گام روبه جلو انجام شد [۷]. همچنین مقاله‌ای دیگر با استفاده از اعمال این الگوریتم کنترلی بر روی معادلات فضای حالت سیستم وضعیت فضاپیما منتشر شده است [۸]. کنترل پیش‌بین مدل صریح (EMPC) برای کاهش حجم محاسبات ناشی از بهینه‌سازی تابع هزینه برای پایداری وضعیت یک فضاپیما مجهز به چند تراستر و یک چرخ عکس‌العملی در [۹] بحث شده است. توسعه این روش کنترلی برای کنترل وضعیت در فضای  $SO(3)$  برای جلوگیری از تکیگی در [۱۰] انجام شده است.

در [۱۱] استفاده از کنترل پیش‌بین مدل برای کنترل وضعیت یک ماهواره با وجود عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی وارده شده به آن با استفاده از الگوریتم‌های مختلف کنترل پیش‌بین مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این استفاده از این کنترلر برای کنترل وضعیت یک ماهواره با عملگرهای مغناطیسی و ژيروسکوپ کنترل ممان نیز مورد بررسی قرار گرفته است [۱۲].

در این مقاله کنترل وضعیت یک ماهواره صلب زیر تحریک با دو عملگر با استفاده از کنترل پیش‌بین بر اساس مدل گسسته سیستم انجام شده است. ابتدا معادلات سینماتیکی و دینامیک غیرخطی ماهواره با در نظر گرفتن دو عملگر چرخ عکس‌العملی استخراج شده است. در بخش دوم معادلات کاهش یافته محاسبه شده و با توجه به الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل، معادلات گسسته‌سازی شده است. در ادامه کنترل پیش‌بین مدل غیرخطی تشریح شده و در پایان دو شبیه‌سازی برای یک ماهواره کوچک، با ارضا قیود در حین رسیدن به مقدار مرجع زاویه‌ای کوچک و بزرگ وضعیت آورده شده است.

### مدلسازی ماهواره

در اینجا ماهواره یک جسم صلب فرض شده و مدلسازی ماهواره با وجود دو عملگر چرخ عکس‌العملی انجام شده است. دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری ثابت در نظر گرفته شده و ماهواره مانند یک ربات فرض می‌شود. چیدمان دو عملگر چرخ عکس‌العملی در موازات دو محور بدنی ماهواره است. هر دو چرخ عکس‌العملی از یک نوع و ممان اینرسی این دو چرخ برابر است.

### معادلات دینامیکی

طبق معادله‌ی مومنتوم اولر برای مدلسازی دینامیک وضعیت یک ماهواره داریم [۱۳]:

$$\dot{H} + \omega * H = T_c + T_d \quad (1)$$

که  $\omega$  سرعت زاویه‌ای ماهواره،  $T_d$  مقدار گشتاورهای اغتشاشی وارد

پاسخ موجود از سیستم به صورت خطی و غیرخطی طرح‌ریزی شده است [۱۶].

در این مقاله کنترل پیش‌بین باتوجه به ماهیت سیستم به صورت غیرخطی استفاده شده که در هرگام یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی و غیرمحدب در نظر گرفته می‌شود.

تلاش کنترلی اعمالی در هرگام با مینیمم کردن تابع هزینه معادله‌ی (۱۰) بدست می‌آید [۱۵].

$$J = \sum_{i=0}^{N_p-1} \|x_{k+i}\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{N_p-1} \|u_{k+i}\|_R^2 \quad (10)$$

Q و R توابع وزنی بر روی مقادیر متغیرهای حالت و تلاش کنترلی و  $N_p$  افق پیش‌بین است. تابع هزینه معادله‌ی (۱۰) با ارضا کردن قیود (۱۱) کمینه می‌شود و پاسخ بهینه بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \bar{x}_{k+1} &= F_d(\bar{x}_k, [u_{1,i} \quad u_{2,i}]^T), \\ \forall k &= 0.1 \dots N_p - 1 \\ \bar{x}_0 &= 0 \\ \max u_k &\leq u_{max}, \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \\ \bar{x}_k &\in X_k, \quad k = 0.1 \dots N_p - 1 \end{aligned} \quad (11)$$

مسئله بهینه‌سازی که در هر گام کنترلی با توجه به نوع مسئله که یک مسئله غیرخطی و غیرمحدب است، حل می‌شود. افق پیش‌بین مشخص کننده تعداد گام‌های روبه جلو در تابع هزینه (۱۲) است. بر اساس اصل افق کاهش یافته در هر مرحله اولین سیگنال کنترلی به سیستم اعمال می‌شود و خروجی‌های سیستم در گام بعد مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

### شبیه‌سازی

در این مقاله یک ماهواره نمونه در نظر گرفته شده است. ممان اینرسی‌های این ماهواره به صورت زیر است.

$$I_x = 32; \quad I_y = 84; \quad I_z = 40; \quad kg.m^2$$

دو چرخ عکس‌العملی یکسان فرض شده است و ممان اینرسی‌های این چرخ‌ها  $0.5 kg.m^2$  می‌باشد. حداکثر گشتاور تولیدی در نظر گرفته شده توسط این عملگر  $0.3 Nm$  است. زمان نمونه‌برداری ۵ ثانیه در نظر گرفته شده و مقادیر ثابت کنترل پیش‌بین که با سعی و خطا به دست آمده در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱ - کمیت‌های ثابت کنترل پیش‌بین مدل

	40
Q	diag(8 × 10 <sup>2</sup> , 10 <sup>5</sup> , 10 <sup>6</sup> , 0.01, 0.01)
R	diag(20,20)
T	5 sec

دو شبیه‌سازی برای این ماهواره انجام شده است. ابتدا برای زاویه‌های کوچک با مقدار مرجع:

$$\varphi = 3; \quad \theta = -2; \quad \psi = 2 \text{ (deg)}$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= -I_x^{-1} I_{RW_1} \omega_{RW_1} - I_y^{-1} I_{RW_2} \omega_{RW_2} \sin(\varphi) \tan(\theta) \\ \dot{\theta} &= -I_y^{-1} I_{RW_2} \omega_{RW_2} \cos(\varphi) \\ \dot{\psi} &= -I_y^{-1} I_{RW_2} \omega_{RW_2} \sin(\varphi) \sec(\varphi) \\ \dot{\omega}_{RW_1} &= T_{c1} \\ \dot{\omega}_{RW_2} &= T_{c2} \end{aligned} \quad (8)$$

### گسسته‌سازی معادلات

کنترل پیش‌بین بر اساس مدل سیستم مسیر آینده را مشخص می‌کند که نیازمند مدل دقیق از سیستم است و با توجه به اینکه این الگوریتم به صورت گسسته است، معادلات وضعیت ماهواره باید به صورت گسسته نوشته شود [۱۵].

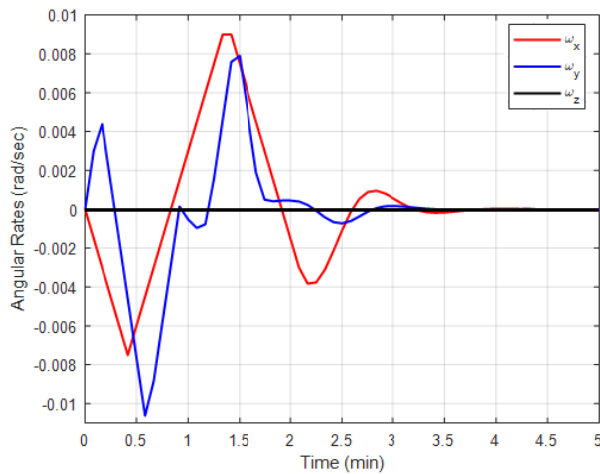
با استفاده از بسط تیلور معادلات (۸) با ثابت زمانی T به صورت گسسته در معادله‌ی (۹) آورده شده است.

$$\begin{aligned} \varphi_{k+1} &= \varphi_k - (I_x^{-1} I_{RW_1} \omega_{RW_{1,k}})T - \\ &\quad (I_x^{-1} I_{RW_1} T_{c_{1,k}}) \frac{T^2}{2} \\ \theta_{k+1} &= \theta_k - (I_y^{-1} I_{RW_2} \omega_{RW_{2,k}})T - \\ &\quad (I_y^{-1} I_{RW_2} T_{c_{2,k}}) \frac{T^2}{2} \\ \psi_{k+1} &= \psi_k - \varphi_k (I_y^{-1} I_{RW_2} \omega_{RW_{2,k}})T \\ &\quad + (-I_y^{-1} I_{RW_2} \varphi_k T_{c_{2,k}} + \\ &\quad I_x^{-1} I_y^{-1} I_{RW_1} I_{RW_2} \omega_{RW_{1,k}} \omega_{RW_{2,k}}) \frac{T^2}{2} \\ &\quad - (2 I_x^{-1} I_y^{-1} I_{RW_1} I_{RW_2} \omega_{RW_{1,k}} T_{c_{2,k}}) \frac{T^3}{6} \\ &\quad - (I_x^{-1} I_y^{-1} I_{RW_1} I_{RW_2} \omega_{RW_{2,k}} T_{c_{1,k}}) \frac{T^3}{6} - \\ &\quad (I_x^{-1} I_y^{-1} I_{RW_1} I_{RW_2} T_{c_{1,k}} T_{c_{2,k}}) \frac{T^4}{8} \\ \omega_{RW_{2,k+1}} &= \omega_{RW_{2,k}} + T_{c_{2,k}} T \end{aligned} \quad (9)$$

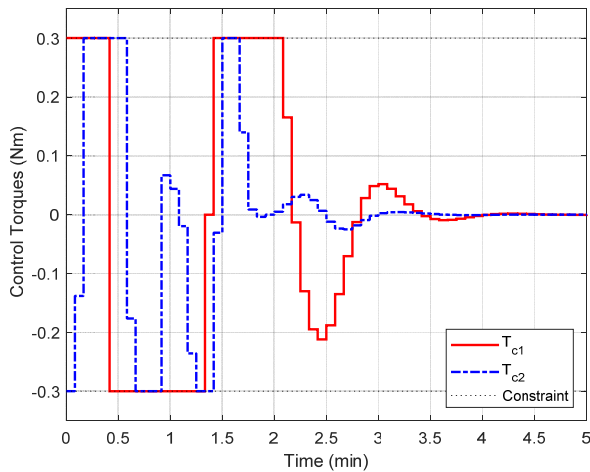
### کنترل پیش‌بین مدل

کنترل پیش‌بین به صورت صریح از مدل سیستم و پیش‌بینی خروجی‌های آینده سیستم و بر اساس بهینه‌سازی یک تابع هزینه برای به دست آوردن تلاش کنترلی استفاده می‌کند.

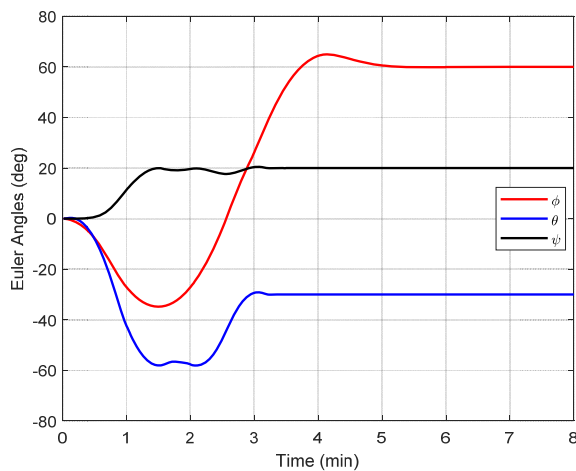
الگوریتم کنترل پیش‌بین به صورت گسسته و با توجه به یک تابع هزینه که هدف آن ردیابی سیگنال مرجع توسط خروجی‌های آینده در افق پیش‌بین و کمینه‌سازی تلاش کنترلی است، کار می‌کند. مزایای بسیار مهم کنترل پیش‌بین که این کنترلر را از سایر کنترلرها برتری داده است، توانایی ارضا کردن قیود کنترلی، ورودی و خروجی سیستم در داخل الگوریتم است. این الگوریتم با توجه به مدل و یا نوع



شکل ۳- سرعت زاویه‌ای بدنی ماهواره برای زوایای کوچک اولر



شکل ۴- گشتاور تولید شده توسط قانون کنترلی برای زوایای کوچک اولر



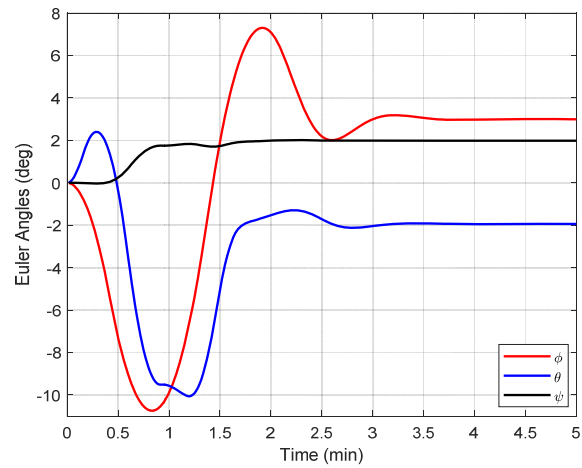
شکل ۵- کنترل وضعیت ماهواره کوچک برای زوایای بزرگ اولر

$$\psi = 20, \theta = -30, \varphi = 60 \text{ (deg)}$$

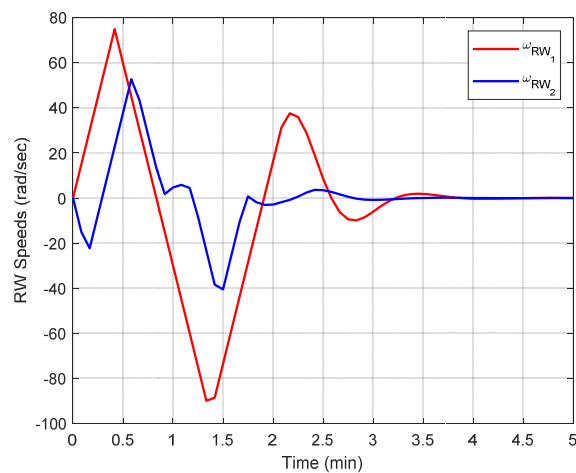
در شکل (۱) مشاهده می‌شود که کنترلر توانسته مقادیر زوایای اولر را به مقدار نهایی برساند. شکل (۲) و (۳) به ترتیب سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی و سرعت زاویه‌ای ماهواره را نشان می‌دهند که در پایان ماموریت به مقدار صفر رسیده‌اند. شکل (۴) مقدار گشتاور اعمالی توسط قانون کنترلی را نشان می‌دهد.

شبیه‌سازی برای مقدار مرجع زاویه‌های بزرگ اولر در شکل (۵) انجام شده و شکل‌های (۶) و (۷) و (۸) مقادیر سرعت‌های زاویه‌های چرخ‌های عکس‌العملی، سرعت‌های زاویه‌ای بدنی ماهواره و مقدار گشتاور اعمالی که توسط قانون کنترلی به چرخ‌های عکس‌العملی اعمال شده است را نشان می‌دهد. مقدار مرجع برای زوایای بزرگ اولر برابر است با:

$$\varphi = 60; \theta = -30; \psi = 20 \text{ (deg)}$$



شکل ۶- کنترل وضعیت ماهواره کوچک برای زوایای کوچک اولر با  $\varphi = 3$  و  $\theta = -2$ ،  $\psi = 2 \text{ (deg)}$  مانور



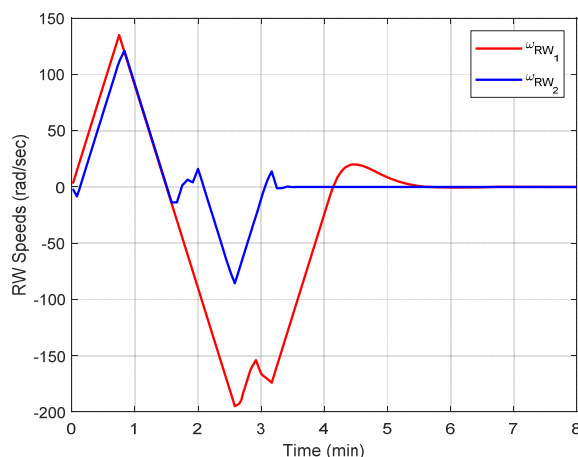
شکل ۷- سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌العملی برای زوایای کوچک اولر

## نتیجه‌گیری

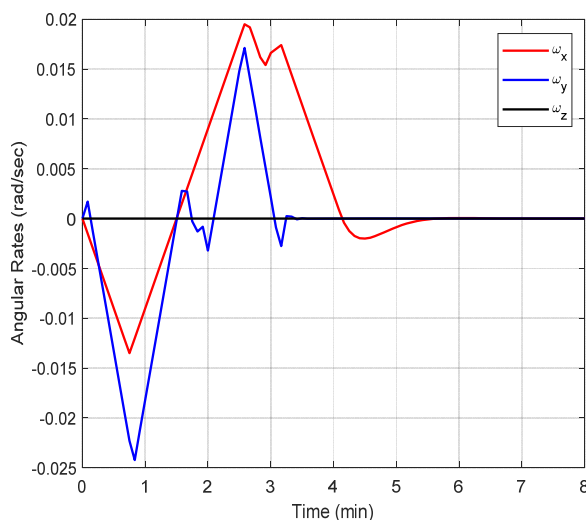
در این مقاله کنترل وضعیت یک ماهواره کوچک صلب زیر تحریک با دو عملگر چرخ عکس‌عملی با استفاده از الگوریتم کنترل پیش‌بین مدل انجام شده است. با توجه به گسسته بودن و صنعتی بودن این کنترلر و همچنین ارضا قیود کنترلی درحین رسیدن به مقدار مرجع، پیاده‌سازی عملی و تست تجربی این الگوریتم را امکان می‌سازد. کنترل چنین سیستم غیرخطی و زیرتحریکی توسط کنترلرهای کلاسیک قابل انجام نیست. با توجه به کمبود عملگر نسبت به درجه‌ی آزادی سیستم، شبیه‌سازی برای زوایای بزرگ و کوچک وضعیت انجام شده و نتایج قابل قبولی برای مانور در نظر گرفته شده، بدست آمده است.

## مراجع

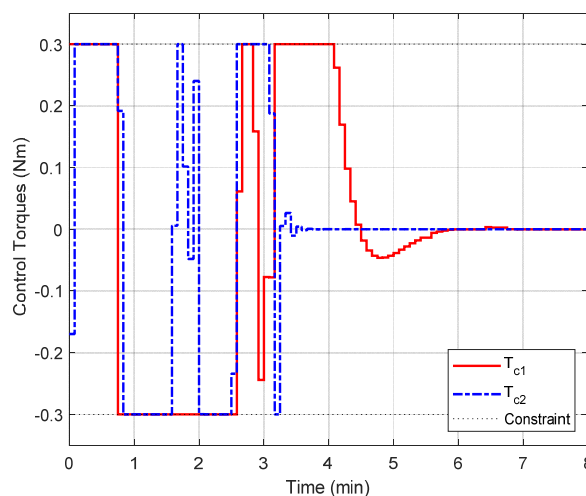
- [1] P. Tsiotras and V. Doumchenko, "Control of spacecraft subject to actuator failures: State-of-the-art and open problems," *Adv. Astronaut. Sci.*, vol. 106, pp. 325–351, 2000.
- [2] H. Li, W. Yan, and Y. Shi, "Continuous-time model predictive control of under-actuated spacecraft with bounded control torques," *Automatica*, vol. 75, pp. 144-153, 2017.
- [3] A. Zavoli, G. De Matteis, F. Giuliotti, and G. Avanzini, "Single-axis pointing of an underactuated spacecraft equipped with two reaction wheels," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 40, pp. 1-7, 2017.
- [4] J. Jin, "Attitude control of underactuated and momentum-biased satellite using state-dependent riccati equation method," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, vol. 20, 2018.
- [5] A. Frias, A. Ruiten, and K. Kumar, "Velocity-free spacecraft attitude stabilization using two control torques," *Automatica*, vol. 109, pp. 1-8, 2019.
- [6] E. F. Camacho and C. Bordons, *Model Predictive control*. London: Springer London, 2007.
- [7] J. L. Crassidis, F. L. Markley, T. C. Anthony, and S. F. Andrews, "Nonlinear predictive control of spacecraft," *J. Guid. Control. Dyn.*, vol. 20, no. 6, pp. 1096–1103, 1997.
- [8] J. T. Wen, S. Seereeram, and D. S. Bayard, "Nonlinear predictive control applied to spacecraft attitude control," *Proc. Am. Control Conf.*, vol. 3, pp. 1899–1903, 1997.
- [9] Q. Hegrenæs, J. T. Gravdahl, and P. Tondel, "Spacecraft attitude control using explicit model predictive control," *Automatica*, vol. 41, no. 12, pp. 2107–2114, 2005.
- [10] R. Gupta, "Constrained Spacecraft Attitude Control on SO (3) Using Fast," pp. 2980–2986, 2015.
- [11] H. Myung, H. Bang, C. Oh, and M. J. Tahk, "Nonlinear predictive attitude control of spacecraft



شکل ۶- سرعت زاویه‌ای چرخ‌های عکس‌عملی برای زوایای بزرگ اولر



شکل ۷- سرعت زاویه‌ای بدنی ماهواره برای زوایای بزرگ اولر



شکل ۸- گشتاور تولید شده توسط قانون کنترلی برای زوایای بزرگ اولر

- Nonlinear Sci. Numer. Simul., vol. 17, no. 2, pp. 1065–1084, 2012.
- [14] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [15] L. Grüne and J. Pannek, *Nonlinear Model Predictive Control*. Cham: Springer International Publishing, 2017.
- [16] Y. Ikeda, “Discrete-time nonlinear attitude tracking control of spacecraft,” in *2017 Asian Control Conference, ASCC*, pp. 617–622, 2018.
- under external disturbance,” *IFAC Proc.*, vol. 15, no. 1, pp. 211–215, 2002.
- [12] J. Kim, Y. Jung, and H. Bang, “Linear time-varying model predictive control of magnetically actuated satellites in elliptic orbits,” *Acta Astronaut.*, vol. 151, pp. 791–804, 2018.
- [13] M. Navabi, N. Nasiri, and M. Dehghan, “Modeling and numerical simulation of linear and nonlinear spacecraft attitude dynamics and gravity gradient moments: A comparative study,” *Commun.*