

مقاله علمی- پژوهشی

هدایت بهینه وسیله بازگشتی به جو براساس بهینه‌سازی مسیر برخط

رضا جمیل‌نیا

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان

*گیلان، صندوق پستی ۴۱۹۹۶۱۳۷۶

jamilnia@guilan.ac.ir

در مقاله حاضر، روشی نوین برای هدایت بهینه فاز بازگشت به جو پیشنهاد می‌گردد. این روش هدایت مبتنی بر بهینه‌سازی مسیر لحظه‌ای و برخط می‌باشد که در آن، فرامین بهینه هدایت از حل متوالی مسائل کنترل بهینه بدست می‌آیند. به منظور حل سریع و برخط مسائل کنترل بهینه، از رویکردی ترکیبی مشتمل بر مفاهیم همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، هم‌نشانی مستقیم و برنامه‌ریزی غیرخطی استفاده می‌شود. با انجام فرآیند بهینه‌سازی مسیر در قالب یک حلقه بسته کنترلی و پیاده‌سازی قواعد کنترل افق پسین، می‌توان پاسخ‌های حلقه باز کنترل بهینه را به شرایط لحظه‌ای جسم و هدف وابسته کرد. در این حالت، می‌توان فرامین هدایت را براساس توابع هدف و قیود متنوعی تولید نمود و عدم قطعیت‌های مدل را با وارد نمودن شرایط لحظه‌ای وسیله به بخش بهینه‌سازی‌کننده مسیر در نظر گرفت. به منظور نشان دادن قابلیت‌های روش هدایت پیشنهادی، مثالی عددی از هدایت یک جسم بازگشتی در حضور عدم قطعیت‌های مدل ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: هدایت بهینه ورود به جو، بهینه‌سازی مسیر برخط، همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، کنترل افق پسین

مقدمه

وسایل بر روی زمین محقق گردد و در وسایلی همچون سرچنگی‌ها، مسیر بازگشت باید بگونه‌ای باشد که وسیله با حداکثر سرعت و در کوتاه‌ترین زمان ممکن با هدف برخورد نماید. از اینرو، ماهیت وسایل و مأموریت‌های آنها، اهداف فرآیند هدایت را برای طراحان ترسیم می‌نماید.

در نیم قرن اخیر، قوانین هدایت متعدد و متنوعی برای هدایت وسایل هوافضایی پیشنهاد گردیده‌اند که نوعاً برای هدایت وسایل در فاز بازگشت به جو نیز کاربرد دارند. قوانین هدایت اولیه و کلاسیک عموماً براساس هندسه و سینماتیک وسایل و اهداف شکل گرفته‌اند. قوانینی همچون تعقیب (Pursuit)، ناوبری تناسبی (PN) و انواع دیگری که از قوانین مذکور مشتق شده‌اند (نظیر PPN، TPN و

هدایت وسایل فضایی در فاز بازگشت به جو زمین، چالشی بزرگ برای طراحان مسیرهای بهینه و قوانین هدایت به شمار می‌رود. محدودیت‌های سازه‌ای وسایل و الزامات مأموریتی آنها سبب می‌شود تا حساسیت زیادی بر روی دقت و صحت قوانین هدایت وجود داشته باشد.

در وسایلی همچون فضاپیماهای تحقیقاتی، کپسول‌های زیستی و نظایر آنها، مسیر بازگشت باید بگونه‌ای باشد که فرود نرم و آرام

در روش ترکیبی، مسئله هدایت بهینه براساس مفهوم همواری دیفرانسیلی فرمول بندی می‌گردد تا مسئله در حداقل فضای ابعادی و با حداقل تعداد متغیرها و قیود تعریف شود. سپس، متغیرهای بکارگرفته شده با منحنی‌های بی‌اسپیلاین تقرب زده می‌شوند تا متغیرهای پیوسته در بازه زمانی با مقادیری گسسته بیان گردند.

برای اعمال قیود نقطه‌ای و مسیری در این رویکرد، از مفهوم هم‌نشانی مستقیم استفاده می‌شود. یعنی قیود در مقاطع زمانی مشخصی که گره نامیده می‌شوند اعمال و ارضاء می‌گردند. پس از انجام این مراحل، مسئله بهینه‌سازی گسسته‌ای حاصل می‌شود که با روش‌های متعارف برنامه‌ریزی غیرخطی قابل حل می‌باشد. با ایجاد یک حلقه بسته کنترلی بر مبنای اصول کنترل افق پسین و در نظر گرفتن بخش بهینه‌سازی‌کننده مسیر به عنوان کنترل‌گر غیرخطی، می‌توان شرایط لحظه‌ای وسیله و هدف را وارد بخش بهینه‌سازی‌کننده نمود و فرامین هدایت بهینه را برای افق زمانی مشخصی بدست آورد و آنها را در بخش کوچکی از افق زمانی اعمال نمود. با تکرار این روال و حل چندباره مسئله هدایت بهینه، می‌توان فرامین هدایت را به صورت برخط و مبتنی بر شرایط لحظه‌ای وسیله و هدف تولید نمود. فصلنامه فصل‌نامه در ویرایش مقالات ارسالی آزاد است.

تعریف مسئله هدایت بهینه در فاز بازگشت به جو

در چند دهه اخیر، مسئله پرواز بهینه وسایل فضایی در فاز بازگشت به جو زمین، مورد توجه محققین مختلفی در سرتاسر دنیا قرار گرفته و رویکردهای گوناگونی برای فرمول‌بندی و حل این مسئله پیشنهاد شده است. یکی از دیدگاه‌های مهم در تعریف این مسئله، بیان آن در قالب یک مسئله کنترل بهینه (بهینه‌سازی مسیر) می‌باشد. با بهره‌گیری از مفاهیم تئوری کنترل بهینه، می‌توان مسئله را با دقت قابل‌قبولی تعریف و حل نمود و در عین حال، از ساده‌سازی‌های متعارف در حل مسائل هدایت استفاده نکرد. یعنی، می‌توان مسئله را در شکل پیچیده‌تری تعریف کرد و پاسخی نزدیک‌تر به واقعیت برای آن بدست آورد. با توجه به کارهای انجام‌شده در این زمینه، می‌توان صورت کلی مسئله هدایت را بر مبنای کنترل بهینه به صورت زیر فرض نمود:

«می‌خواهیم مسیر پرواز یک وسیله فضایی را پس از بازگشت به جو، از یک نقطه اولیه مشخص تا یک هدف زمینی مشخص بگونه‌ای تعیین نماییم که وسیله با وجود عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات با ارضای قیود مسیری (قیود سازه‌ای و مأموریتی) به هدف برخورد نماید و در عین حال، اتفاق بهینه‌ای نیز در طول هدایت وسیله رخ دهد.»

برای بیان ریاضی چنین مسئله‌ای، ابتدا باید معادلات حرکت وسیله در فضای حالت مشخص گردد و سپس مسئله کنترل بهینه

(IPN) از این دسته هستند [۱]. خروجی حاصل از این قوانین، فرامین شتاب وسیله هستند که می‌توانند وسیله را به سوی هدف هدایت نمایند. قوانین هدایت نوین عموماً بر مبنای بهره‌گیری از تئوری کنترل بهینه بدست آمده‌اند. با بهره‌گیری از کنترل بهینه، امکان دستیابی به هدایت بهینه وسایل فراهم می‌شود. همچنین، با استفاده از کنترل بهینه می‌توان بهینگی برخی از قوانین هدایت کلاسیک را به اثبات رساند [۲].

در سال ۱۹۶۵ برای نخستین بار، مسئله پرواز بهینه وسایل فضایی در فاز بازگشت به جو با بهره‌گیری از کنترل بهینه حل شده است [۳]. از کارهای قابل توجهی که در سال‌های اخیر در این خصوص صورت گرفته است، می‌توان به [۴-۶] اشاره نمود. در [۴]، محققان توانسته‌اند با استفاده از روش کنترل پسخوری اطلاعات نمونه‌برداری شده، سرعت برخورد وسیله را برای اصابت به یک هدف ثابت بیشینه نمایند و به پاسخی شبه‌بهینه دست یابند. در [۵، ۶]، با استفاده از روش معکوس و منحنی بیزی، قانون هدایت صریحی برای مسئله مطرح‌شده در [۴] توسعه یافته است.

به منظور دستیابی به پاسخ‌های تحلیلی، اکثر قوانین هدایت نوین از حل تحلیلی مسائل کنترل بهینه بدست آمده‌اند. در این قوانین، پاسخ‌های تحلیلی با تکیه بر فرضیات و ساده‌سازی‌های مختلفی بدست آمده‌اند. با حذف این ساده‌سازی‌ها و تعریف مسئله هدایت در عمومی‌ترین شکل خود در فضای سه بعدی و با مدل دینامیکی غیرخطی، یک مسئله کنترل بهینه غیرخطی پیچیده بدست می‌آید که پاسخ تحلیلی ندارد. پاسخ عددی این مسئله نیز یک پاسخ حلقه باز می‌باشد که وابستگی مستقیمی به متغیرهای حالت ندارد و برخلاف قوانین هدایت کلاسیک، پاسخی حلقه بسته و پسخوری نیست. از اینرو، باید به دنبال سازوکاری بود که پاسخ‌های تولیدی مسئله کنترل بهینه مذکور را وابسته به متغیرهای حالت کرد و ساختار هدایت را حلقه بسته نمود. لازمه پیاده‌سازی موفق چنین سازوکاری، حل بسیار سریع و دقیق مسئله کنترل بهینه حلقه باز می‌باشد. اگر بتوان مسئله را در بازه زمانی کوتاهی به صورت برخط حل نمود، می‌توان فرامین بهینه کنترلی را بر وسیله اعمال نمود و متغیرهای حالت وسیله را مجدداً به بخش حل‌کننده مسئله کنترل بهینه پسخور نمود. این ساختار حلقه بسته در قالب روش‌هایی نظیر کنترل پیش‌بین مدل (کنترل افق پسین) قابل پیاده‌سازی است.

در مقاله حاضر، می‌خواهیم مسئله هدایت بهینه یک سرچنگی را در فاز بازگشت به جو تعریف و با یک روش ترکیبی حل نماییم. در روش مذکور، با ترکیب مفاهیم مختلفی نظیر همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، هم‌نشانی مستقیم و برنامه‌ریزی غیرخطی، رویکردی نوین برای حل سریع، دقیق و برخط مسائل کنترل بهینه (بهینه‌سازی مسیر) بکار گرفته می‌شود.

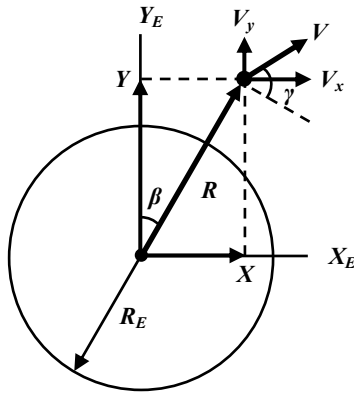
چگالی هوا و سرعت صوت (c) را تعیین نمود. با بهره‌گیری از سرعت صوت و سرعت وسیله، می‌توان عدد ماخ ($Mach$) را محاسبه نمود:

$$Mach = V / c \quad (۱۳)$$

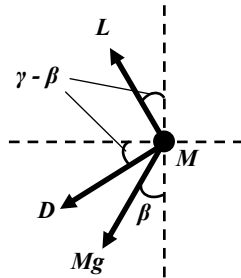
ضرایب لیفت (C_L) و درگ (C_D) از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$C_L = C_{L\alpha} \alpha \quad (۱۴)$$

$$C_D = C_{D0} + C_{D\alpha} \alpha^2 \quad (۱۵)$$



شکل ۱- تعریف متغیرها در دستگاه مختصات اینرسی



شکل ۲- نیروهای وارده بر وسیله

ضرایب مورد استفاده در روابط فوق، با بهره‌گیری از عدد ماخ و مطابق با مدل آیرودینامیکی وسیله قابل محاسبه می‌باشند. در روابط مذکور، α زاویه حمله وسیله می‌باشد که همان متغیر کنترل معادلات حرکت است. با تعیین مقادیر α در طول زمان می‌توان وسیله را به سوی اهداف گوناگون هدایت نمود.

در مدل دینامیکی بیان شده، چهار متغیر حالت (V_x ، V_y ، α و γ) وجود دارند که حالت و رفتار وسیله را در هر لحظه بیان می‌نمایند و یک متغیر کنترل (α) وجود دارد که نحوه رفتار وسیله را کنترل می‌نماید.

در یک مسئله هدایت، مقصود اصلی، برخورد وسیله با هدف می‌باشد. براین اساس، علاوه بر شرایط اولیه وسیله، شرایط نهایی وسیله نیز در پایان مأموریت مشخص است. زیرا باید موقعیت هدف و وسیله در پایان مأموریت یکی شود. البته بیان بهتر این مقصود،

براساس آن تعریف شود. با تعیین معادلات حرکت، متغیرهای حالت و کنترل نیز مشخص شده و می‌توان قیود مسیری، قیود نقطه‌ای و تابع هدف را متناسب با شرایط مسئله تعریف نمود.

در مقاله حاضر، برای بیان مدل دینامیکی مسئله هدایت از معادلات حرکت دوبعدی جسم در دستگاه مختصات اینرسی استفاده می‌نماییم:

$$\dot{V}_x = -L \sin(\gamma - \beta) / M - D \cos(\gamma - \beta) / M - g \sin \beta \quad (۱)$$

$$\dot{V}_y = +L \cos(\gamma - \beta) / M - D \sin(\gamma - \beta) / M - g \cos \beta \quad (۲)$$

$$\dot{x} = V_x \quad (۳)$$

$$\dot{y} = V_y \quad (۴)$$

در دسته معادلات حرکت فوق، x و y بیانگر موقعیت وسیله و V_x و V_y بیانگر مولفه‌های سرعت وسیله در دستگاه مختصات اینرسی هستند. این متغیرها به همراه زوایای β و γ در شکل ۱ نشان داده شده‌اند.

با توجه به شکل ۱، زوایای β و γ به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right) \quad (۵)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{V_x}{V_y} \right) + \beta \quad (۶)$$

در معادلات حرکت مذکور، M جرم وسیله و g شتاب جاذبه زمین می‌باشد که با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (۷)$$

$$g = 9.81 \left(\frac{R_E}{R} \right)^2 \quad (۸)$$

که در آن R فاصله وسیله از مرکز زمین و R_E شعاع متوسط زمین می‌باشد. نیروهای لیفت (L)، درگ (D) و وزن (Mg)، نیروهای وارده بر وسیله هستند که در شکل ۲ نشان داده شده‌اند.

برای محاسبه مقادیر نیروهای لیفت و درگ می‌توان از روابط زیر استفاده نمود:

$$L = 0.5 \rho V^2 S C_L \quad (۹)$$

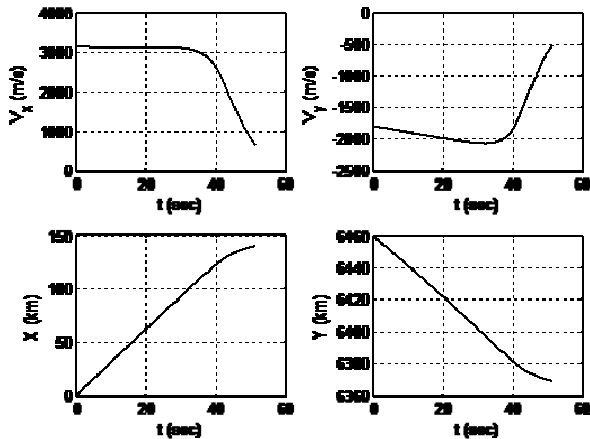
$$D = 0.5 \rho V^2 S C_D \quad (۱۰)$$

که در آن S سطح مرجع، ρ چگالی هوا و V سرعت وسیله می‌باشد. سرعت و ارتفاع وسیله (H) با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (۱۱)$$

$$H = R - R_E \quad (۱۲)$$

با دراختیار داشتن ارتفاع وسیله و مدل اتمسفر استاندارد، می‌توان



شکل ۴- تغییرات متغیرهای حالت با زمان

روش برخط ترکیبی برای حل مسائل کنترل بهینه

بطور کلی، سه روش متداول برای حل مسائل کنترل بهینه (بهینه‌سازی مسیر) وجود دارد که عبارتند از: روش غیرمستقیم، روش پرتاب مستقیم و روش هم‌نشانی مستقیم. سایر روش‌های حل به نوعی توسعه‌یافته یا زیرمجموعه این سه روش هستند. از میان این روش‌ها، روش هم‌نشانی مستقیم به دلیل ساختار حل کاملاً عددی، از سرعت حل بالاتری برخوردار است. در این روش، با گسسته‌سازی کامل مسئله و تبدیل معادلات دیفرانسیلی و انتگرالی به معادلات جبری ساده، امکان استفاده از روش‌های برنامه‌ریزی غیرخطی فراهم می‌شود. این روش، منجر به پاسخ گسسته‌ای گردیده و به دلیل تولید تعداد بسیار زیادی متغیر و قید بهینه‌سازی در آن، قابلیت پیاده‌سازی برخط ندارد [۸،۷]. در سال‌های اخیر، روشی ترکیبی برای توسعه روش هم‌نشانی مستقیم پیشنهاد شده است که امکان استفاده برخط از آن را فراهم می‌سازد [۹].

روش ترکیبی برای بهینه‌سازی مسیر برخط برمبنای استفاده همزمان از مفاهیم همواری دیفرانسیلی، منحنی‌های بی‌اسپیلاین، هم‌نشانی مستقیم و برنامه‌ریزی غیرخطی پایه‌ریزی شده است. در این رویکرد، با بهره‌گیری از مفهوم همواری دیفرانسیلی، فضای ابعادی مسئله بهینه‌سازی مسیر کاهش یافته و مسئله با حداقل تعداد متغیرها و معادلات حالت بیان می‌شود. همچنین، با بهره‌گیری از منحنی‌های بی‌اسپیلاین، علیرغم حفظ ماهیت گسسته متغیرهای بهینه‌سازی، مفهوم پیوسته‌ای از حل بدست می‌آید و نقش گره‌های زمانی در تقریب عبارات دیفرانسیلی و انتگرالی مسئله از بین می‌رود.

در این رویکرد، با بهره‌گیری از مفهوم هم‌نشانی و گره‌های زمانی، معادلات حالت لازم و قیود مسیری در گره‌های زمانی اعمال می‌شوند. در نهایت، نقاط کنترل منحنی‌های بی‌اسپیلاین به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی در نظر گرفته

کمینه‌شدن خطای برخورد وسیله با هدف است. علاوه بر این مقصود اصلی، اهداف دیگری نیز می‌توانند مدنظر قرار گیرند. مثلاً بیشینه‌کردن سرعت برخورد، بیشینه کردن برد طولی، کمینه‌کردن زمان و نظایر اینها می‌توانند به عنوان اهداف مأموریت در نظر گرفته شوند. در یک مسئله هدایت، قیود و محدودیت‌های مختلفی نیز قابل تعریف می‌باشند. مثلاً می‌توان محدودیت‌هایی را برای متغیرهای کنترل در نظر گرفت یا ملاحظات سازه‌ای و مأموریتی وسیله را در قالب قیودی بیان نمود.

با تعیین مقادیر زاویه حمله در طول بازه زمانی مأموریت، می‌توان وسیله را به سمت هدف هدایت نمود. اگر زاویه حمله صفر در نظر گرفته شود، یعنی وسیله بدون اعمال فرامین کنترل حرکت نماید، مسیر نامی وسیله بدست می‌آید. برای این منظور، شرایط اولیه زیر را در نظر می‌گیریم:

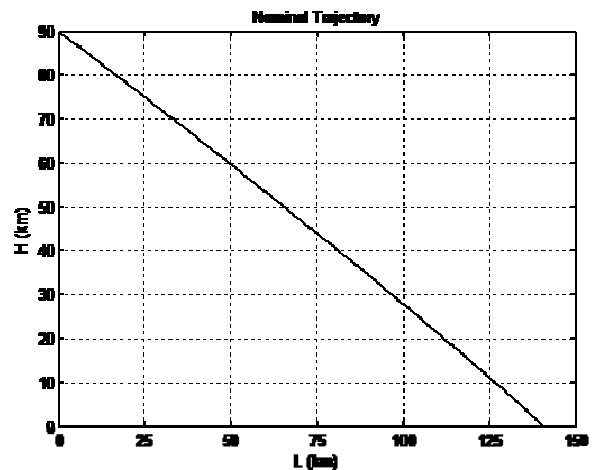
$$H_{nom} = 90 \text{ km}, V_{nom} = 3600 \text{ m/s}, \gamma_{nom} = -30^\circ, \beta_{nom} = 0^\circ$$

با در نظر گرفتن مقادیر فوق، می‌توان مقادیر اولیه متغیرهای حالت را به صورت زیر بدست آورد:

$$V_x = 3117.69 \text{ m/s}, V_y = -1800 \text{ m/s}, x = 0 \text{ km}, y = 6460 \text{ km}$$

با حل معادلات حرکت با شرایط اولیه فوق، مسیر نامی وسیله بدست می‌آید که در شکل ۳ نشان داده شده است. در این شکل، L برد طولی وسیله می‌باشد. در شکل ۴ نیز تغییرات متغیرهای حالت با زمان رسم شده است.

نقطه برخورد وسیله با زمین در مختصات $x = 140.80 \text{ km}$ و $y = 6368.44 \text{ km}$ بدست می‌آید. اگر برخورد وسیله با این نقطه را به عنوان هدف هدایت در نظر بگیریم، باید به دنبال قانون هدایتی باشیم که بتواند وسیله را علیرغم وجود عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات به سوی هدف فوق هدایت نماید.



شکل ۳- مسیر نامی وسیله

ویژگی قابل توجه سیستم‌های هموار از لحاظ دیفرانسیلی این است که می‌توان کل رفتار سیستم را بدون انتگرال‌گیری و تنها با استفاده از خروجی‌های هموار و تعداد محدودی از مشتقات زمانی آنها بیان نمود. البته باید توجه داشت که به دلیل استفاده از مشتقات مراتب بالای خروجی‌های هموار، استفاده از روش تفاضل محدود برای محاسبات مشتقات، دیگر معقول نخواهد بود.

اگر از مفهوم همواری دیفرانسیلی در بهینه‌سازی مسیر استفاده شود، می‌توان فرآیند هم‌نشانی و تقریب را بجای کل متغیرهای حالت و کنترل، تنها بر خروجی‌های هموار اعمال نمود. با این کار، کاهش شدیدی در تعداد متغیرهای بهینه‌سازی رخ می‌دهد. همچنین، با توجه به بهره‌گیری از معادلات حالت برای بدست‌آوردن روابط موجود میان خروجی‌های هموار و سایر متغیرهای حالت و کنترل مسئله، عملاً تعدادی از معادلات حالت نیز حذف می‌شوند که این کار سبب کاهش شدید تعداد قیود بهینه‌سازی می‌شود. مزیت جالب‌توجه استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی در بهینه‌سازی مسیر این است که تعداد متغیرها و معادلات با هم کاهش می‌یابند. این کاهش همزمان، سبب کوچک‌شدن قابل‌توجه ماتریس‌های ژاکوبین و هسیان لاگرانژین می‌گردد. با توجه به محاسبات زمان‌تر این ماتریس‌ها (چیزی در حدود ۷۰٪ زمان حل)، کوچک‌شدن آنها تأثیر بسزایی در افزایش سرعت حل دارد.

عدم وجود یک روش نظام‌مند برای تشخیص همواری یا ناهمواری دیفرانسیلی و نیز عدم وجود یک الگوریتم مناسب برای تعیین کمینه خروجی‌های هموار، دشواری‌هایی را در استفاده از همواری دیفرانسیلی برای بهینه‌سازی مسیر در ذهن متبادر می‌سازد. باید به این نکته بسیار مهم اشاره نماییم که ما در رویکرد ترکیبی، صرفاً از مفهوم همواری دیفرانسیلی استفاده می‌نماییم. در این رویکرد، هموار بودن سیستم از لحاظ دیفرانسیلی اهمیت ندارد. یعنی حتی اگر سیستم ناهموار بود، باز هم خروجی‌های هموار را شناسایی می‌کنیم و سایر متغیرهای حالت و کنترل را براساس خروجی‌های هموار بدست می‌آوریم و فضای ابعادی مسئله را کاهش می‌دهیم. تنها تفاوت در اینجا خواهد بود که اگر سیستم از لحاظ دیفرانسیلی هموار باشد، دیگر معادله حالتی برای آن در فضای کاهش‌یافته باقی نخواهد ماند، اما اگر سیستم ناهموار باشد، در فضای کاهش‌یافته مسئله نیز معادلات حالت خواهیم داشت. بنابراین، برای استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی برای بهینه‌سازی مسیر، نیازی به تشخیص همواری یا ناهمواری دیفرانسیلی نیست.

در سیستم‌های دینامیکی متعارف، تعیین خروجی‌های هموار از طریق آزمون و خطا چندان پیچیده نمی‌باشد. متغیرهای موقعیتی، معمولاً بهترین انتخاب برای خروجی‌های هموار در سیستم‌های دینامیکی متعارف می‌باشند. زیرا با دراختیارداشتن تابع زمانی متغیرهای موقعیتی، می‌توان مقادیر سایر متغیرهای حالت و کنترل را

می‌شوند. با توجه به حل بسیار سریع مسئله بهینه‌سازی مسیر با رویکرد مذکور، امکان پیاده‌سازی برخط آن در قالب حلقه‌های هدایت و کنترل فراهم می‌شود.

در ادامه، پیرامون هریک از اجزای روش ترکیبی به تفصیل بحث خواهد شد و نقش این اجزاء در فراهم‌نمودن امکان بهینه‌سازی مسیر برخط تبیین خواهد گردید.

در روش هم‌نشانی مستقیم کلاسیک، فرآیند هم‌نشانی بر روی کلیه متغیرهای حالت و کنترل اعمال می‌شود. این امر، سبب تولید تعداد زیادی متغیر و قید بهینه‌سازی می‌گردد. در سال‌های اخیر، گروهی از محققان نشان داده‌اند که می‌توان با حذف متغیرهای کنترل از معادلات حالت، فرآیند هم‌نشانی را تنها بر متغیرهای حالت اعمال کرد و پس از همگرایی و حل مسئله، با بهره‌گیری از مقادیر بهینه محاسبه‌شده برای متغیرهای حالت، مقادیر بهینه متغیرهای کنترل را محاسبه نمود [۱۰]. به این رویکرد، روش معکوس گفته می‌شود. در روش معکوس، ابتدا، با استفاده از معادلات حالت، رابطه‌های موجود میان متغیرهای کنترل و متغیرهای حالت و مشتقات زمانی مرتبه اول آنها بدست می‌آید. سپس، باقیمانده معادلات حالت برحسب روابط بدست‌آمده بازنویسی می‌شود. در این روش، برای محاسبه مشتقات متغیرهای حالت از روش تفاضل محدود استفاده می‌شود. مزیت روش معکوس، حذف متغیرهای کنترل از فرآیند هم‌نشانی، همگرایی و حل می‌باشد. همچنین در این روش، معادلات حالتی که در بدست‌آوردن روابط میان متغیرهای حالت و کنترل مورد استفاده قرار گرفته‌اند نیز حذف می‌شوند. استفاده از این روش، تا حدودی در تسریع حل مؤثر می‌باشد.

اما در سال‌های اخیر، گروه دیگری از محققان نشان داده‌اند که می‌توان علاوه بر متغیرهای کنترل، برخی از متغیرهای حالت را نیز از مسئله حذف نمود و فرآیند هم‌نشانی را تنها بر متغیرهای حالت باقیمانده اعمال کرد. پس از حل، می‌توان با بهره‌گیری از روابط موجود، مقادیر بهینه متغیرهای حالت و کنترل حذف‌شده را محاسبه نمود. رویکرد اخیر تنها در سیستم‌های غیرخطی هموار از لحاظ دیفرانسیلی امکان‌پذیر می‌باشد.

یک سیستم دینامیکی غیرخطی هنگامی از لحاظ دیفرانسیلی هموار می‌باشد که تغییر متغیری به صورت زیر برای آن وجود داشته باشد [۱۱]:

$$\mathbf{q} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}, \dots) \quad (16)$$

بگونه‌ای که بتوان به کمک آن، متغیرهای حالت (\mathbf{x}) و کنترل (\mathbf{u}) را به صورت زیر بدست آورد:

$$(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{w}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \dots) \quad (17)$$

متغیرهای \mathbf{q} می‌توانند معادل با برخی از متغیرهای حالت یا ترکیبی از آنها باشند. این متغیرها لزوماً متغیرهای قابل قرائت از طریق حسگرها نمی‌باشند و تحت عنوان خروجی‌های هموار شناخته می‌شوند.

$$s_i = k_i - m_i \quad (20)$$

مقدار همواری، بیانگر سطح پیوستگی در گره می‌باشد که برابر با مرتبه مشتق‌پذیری می‌باشد. بنابراین، سطح پیوستگی در گره‌ها را می‌توان در تعریف بردار گره و با تکرار مقادیر زمانی گره‌ها اعمال نمود. لازم بذکر است که مرتبه منحنی، برابر با مقدار درجه منحنی بعلاوه یک می‌باشد.

بادراختیارداشتن مرتبه منحنی‌ها (k)، تعدادمنحنی‌ها (l) و همواری گره‌ها (s)، می‌توان تعداد نقاط کنترل (P) را مشخص نمود:

$$P = l(k - s) + s \quad (21)$$

با مشخص‌بودن موارد مذکور، می‌توان با بهره‌گیری از روابط بازگشتی زیر، توابع پایه را محاسبه نمود:

$$B_{i,0}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

$$B_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k+1} - t_i} B_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}(t) \quad (23)$$

نقاط کنترل در یک منحنی بی‌اسپیلاین، نقاطی در اطراف منحنی هستند که به آن منحنی شکل می‌دهند و به معنای واقعی کلمه، کنترل‌کننده منحنی می‌باشند. نقاط کنترل در منحنی‌های بی‌اسپیلاین همچون ضرایب چندجمله‌ای‌ها، مقادیری گسسته هستند که مفهوم پیوسته‌ای را تولید می‌نمایند. در تقریب متغیرهای حالت و کنترل، می‌توان این نقاط کنترل را به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی در نظر گرفت. منحنی‌های بی‌اسپیلاین رفتاری کاملاً محلی دارند. با تغییر یکی از نقاط کنترل، بسته به درجه منحنی، تنها شکل منحنی در همسایگی نقطه کنترل مزبور تغییر می‌کند و باقی منحنی بدون تغییر باقی می‌ماند. همچنین، محدوده تغییرات نقاط کنترل درمنحنی‌های بی‌اسپیلاین یکسان بوده و تقریباً برابر با محدوده تغییرات متغیر تقریب‌زده‌شده می‌باشد.

در صورت استفاده از منحنی‌های بی‌اسپیلاین برای تقریب متغیرهای مسئله بهینه‌سازی مسیر، امکان محاسبه دقیق مشتقات زمانی متغیرها با توجه به مشخص‌بودن مشتقات زمانی توابع منحنی‌های بی‌اسپیلاین به سادگی فراهم می‌باشد.

منحنی‌های بی‌اسپیلاین به دلیل تقریب مطلوب مسیرهای پیچیده، گسستگی نقاط کنترل، بیان مفهومی پیوسته، عدم نیاز به تعریف قيود پیوستگی، رفتار کاملاً محلی، محدوده تغییرات یکسان مقادیر کنترل با متغیرهای تقریب‌زده شده، منحنی‌های مناسبی برای تقریب متغیرهای حالت و کنترل در مسائل بهینه‌سازی مسیر بنظر می‌رسند و فاقد مشکلات انواع دیگر منحنی‌ها می‌باشند.

در روش هم‌نشانی مستقیم، ازگره‌های زمانی برای دو منظور استفاده می‌شود. یکی از کارکردهای گره‌های زمانی در تقریب عبارات دیفرانسیلی و انتگرالی می‌باشد. از اینرو، برای دستیابی به تقریب‌های

در زمان‌های مختلف بدست آورد. در واقع، اگر مسیر فیزیکی طی شده توسط یک وسیله معلوم باشد، متغیرهای حالت و کنترل آن قابل محاسبه خواهد بود. بنابراین، برای استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی برای بهینه‌سازی مسیر، نیازی به تدوین یک الگوریتم خاص برای تعیین خروجی‌های هموار نیست و انتخاب متغیرهای موقعیتی به عنوان خروجی‌های هموار در غالب مسائل بهینه‌سازی مسیر راهگشاست.

در روش هم‌نشانی مستقیم، متغیرهای حالت و کنترل به صورت مجموعه‌ای از نقاط گسسته تقریب زده می‌شوند. این امر سبب می‌گردد تا ماهیت حل گسسته شود و امکان محاسبه مشتق و انتگرال توابع به صورت دقیق وجود نداشته باشد. این مشکل در صورت استفاده از مفهوم همواری دیفرانسیلی حادتر نیز می‌شود، زیرا در آن حالت، امکان محاسبه دقیق مشتقات مراتب بالا با دراختیارداشتن نقاط گسسته وجود ندارد. این درحالیست که گسستگی نقاط، سبب تبدیل‌شدن مسئله بهینه‌سازی مسیر به مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی می‌شود و صرف‌نظرکردن از آن امکان‌پذیر نیست. یکی از راه‌های حل این مشکل، استفاده از منحنی‌هاست. در منحنی‌ها، اگرچه ضرایب یا نقاط کنترل، مقادیری گسسته هستند، اما یک مفهوم پیوسته را تولید می‌نمایند. در صورت تقریب متغیرهای حالت و کنترل با منحنی‌ها، هم گسستگی مسئله به دلیل گسستگی ضرایب یا نقاط کنترل حفظ می‌شود و هم امکان محاسبه دقیق مشتقات و انتگرال‌ها به دلیل دراختیارداشتن توابع منحنی‌ها وجود دارد.

در روش ترکیبی، از منحنی‌های بی‌اسپیلاین برای تقریب متغیرهای مسئله بهینه‌سازی مسیر استفاده می‌نماییم. این منحنی‌ها، مجموعه به‌هم‌پیوسته‌ای از منحنی‌های بیزی به می‌باشند [۱۲]:

$$x(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,k}(t) C_i \quad t_0 \leq t \leq t_f \quad (18)$$

معادلات منحنی‌های بی‌اسپیلاین از دو قسمت توابع پایه ($B_{i,k}(t)$) و نقاط کنترل (C_i) تشکیل شده‌اند. برای محاسبه توابع پایه یک منحنی بی‌اسپیلاین، باید ابتدا تعداد منحنی‌های بیزی و درجات آنها متناسب با پیچیدگی مسیر موردانتظار برای متغیر تقریب‌زده‌شده، مشخص گردد. سپس، بازه زمانی با توجه به تعداد منحنی‌های بیزی، تقسیم‌بندی گردد. به نقاط زمانی این تقسیم‌بندی، گره می‌گویند. با قراردادن مقادیر زمانی گره‌ها در یک بردار، بردار گره (τ) تشکیل می‌شود:

$$\tau = [t_0, t_1, \dots, t_{n-1}, t_n] \quad (19)$$

در بردارگره، ممکن است یک مقدار زمانی چندبار پشت سرهم تکرار گردد که به میزان دفعات تکرار، تعدد می‌گویند. تفاضل مرتبه منحنی (k_i) و تعدد گره مربوطه (m_i) میزان همواری (s_i) را مشخص می‌نماید:

خلاف سایر رویکردهای بهینه‌سازی مسیر برخط می‌باشد که استفاده از آنها در حالت برون خط جالب توجه نمی‌باشد.

در روش ترکیبی، دقت حل فدای سرعت حل نشده است و این دو توأمان ارتقاء یافته‌اند. در این رویکرد، به دلیل بهره‌مندی از مفهوم همواری دیفرانسیلی، ارتباط میان متغیرها با مشتقات زمانی و براساس روابط تحلیلی برقرار می‌گردد، درحالی‌که در روش هم‌نشانی مستقیم کلاسیک، ارتباط میان متغیرها با اعمال معادلات حالت گسسته در گره‌های زمانی متوالی برقرار می‌شود. در نتیجه، دقت حل در رویکرد ترکیبی بالاتر است. سرعت حل نیز به دلیل کاهش تعداد متغیرها و قیود بهینه‌سازی، بسیار بیشتر از روش هم‌نشانی مستقیم کلاسیک می‌باشد.

در مقاله حاضر، برای حل مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی از نرم‌افزار IPOPT استفاده می‌نماییم. این نرم‌افزار با بهره‌گیری از روش نقطه درونی اولیه دوگان می‌تواند مسائل بزرگ‌مقیاس برنامه‌ریزی غیرخطی را با دقت و سرعت بالایی حل نماید [۱۴].

پیاده‌سازی روش برخط ترکیبی در حلقه

همانگونه که می‌دانیم، روش‌های کلاسیک حل مسائل بهینه‌سازی مسیر و کنترل بهینه، منجر به یک پاسخ حلقه‌باز می‌گردند. پاسخ‌های بهینه حاصل از این روش‌ها، صرفاً بر مبنای مدل ریاضی موجود و شرایط مرزی مشخص و از پیش تعیین شده بدست آمده‌اند. از اینرو، به دلیل عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات، اعمال کنترل‌های بهینه و پیاده‌سازی مسیرهای بهینه در عمل منجر به ارضای شرایط مرزی و بهینگی نخواهد شد.

به منظور دستیابی به یک پاسخ حلقه بسته برای مسائل بهینه‌سازی مسیر لازم است تا فرآیند بهینه‌سازی مسیر در هنگام اجرای مأموریت به صورت برخط انجام پذیرد تا شرایط لحظه‌ای وسیله و مأموریت در آن لحاظ گردد. با توجه به تغییرات لحظه‌ای متغیرهای حالت وسیله، لازم است تا فرآیند بهینه‌سازی مسیر برخط نیز به صورت لحظه‌ای انجام شود که طبیعتاً امکان‌پذیر نیست. زیرا حل مسائل بهینه‌سازی مسیر به دلیل پیچیدگی‌های فراوان آنها بسیار زمان‌بر می‌باشد. اگر بتوان تا حد ممکن از زمان حل این مسائل کاست، می‌توان بهینه‌سازی مسیر لحظه‌ای را تا حدودی محقق ساخت. در این حالت، مسئله بهینه‌سازی مسیر براساس شرایط لحظه‌ای وسیله تعریف و در کوتاه‌ترین زمان ممکن حل می‌شود و فرامین کنترل اعمال می‌گردد. متناسب با شرایط جدید وسیله، مسئله بهینه‌سازی مسیر بعدی تعریف می‌شود و این چرخه تا رسیدن به شرایط نهایی مأموریت دنبال می‌گردد. بر این اساس، فرآیند بهینه‌سازی مسیر برخط در قالب حلقه‌ای کنترلی صورت می‌گیرد که بخش بهینه‌سازی‌کننده مسیر در نقش یک کنترل‌گر غیرخطی عمل می‌کند.

بهتر، باید تعداد گره‌های زمانی زیادی انتخاب شود. کارکرد دیگر گره‌های زمانی در اعمال قیود مسئله بهینه‌سازی مسیر می‌باشد. معادلات حالت و قیود مسیری در روش هم‌نشانی مستقیم، در گره‌های زمانی اعمال می‌گردند [۱۳].

در صورت استفاده از منحنی‌های بی‌اسپیلاین، نقش گره‌های زمانی در تقریب عبارات دیفرانسیلی و انتگرالی از بین می‌رود و از گره‌های زمانی تنها برای اعمال قیود مسئله استفاده می‌شود. این امر سبب می‌گردد تا ضرورت استفاده از گره‌های زمانی زیاد تا حدود زیادی از بین برود.

برای حل مسئله بهینه‌سازی مسیر با روش ترکیبی، خروجی‌های هموار تعیین‌شده از همواری دیفرانسیلی، با منحنی‌های بی‌اسپیلاین تقریب زده می‌شوند. با این کار، نقاط کنترل منحنی‌های مذکور به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی در نظر گرفته می‌شوند. در طول فرآیند حل، بسته به مقدار متغیرهای بهینه‌سازی در هر تکرار، نقاط کنترل منحنی‌های بی‌اسپیلاین مشخص می‌گردند. با مشخص‌بودن این نقاط و به تبع آن توابع منحنی‌ها، می‌توان مقادیر سایر متغیرهای حالت و کنترل را محاسبه نمود.

با اعمال معادلات حالت باقیمانده در گره‌های زمانی (نقاط هم‌نشانی)، عملاً کلیه معادلات حالت بر مسئله اعمال می‌شوند. افزون بر معادلات حالت باقیمانده، قیود مسیری نیز در گره‌های زمانی اعمال می‌شوند. پس از همگرایی و حل مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی، مقادیر بهینه نقاط کنترل خروجی‌های هموار بگونه‌ای بدست می‌آیند که ضمن برقراری معادلات حالت و ارضای قیود مسیری در گره‌های زمانی، تابع هدف نیز کمینه باشد.

برای مقیاس‌بندی، مرزبندی و تولید حدس‌های اولیه برای متغیرهای بهینه‌سازی (نقاط کنترل منحنی‌های بی‌اسپیلاین)، می‌توان از همان سازوکارهای روش کلاسیک هم‌نشانی مستقیم استفاده نمود، زیرا نقاط کنترل مذکور با خروجی‌های هموار، تقریباً هم‌اندازه می‌باشند.

با بهره‌گیری از مفهوم همواری دیفرانسیلی در هم‌نشانی مستقیم، با کاهش فضای ابعادی مسئله بهینه‌سازی مسیر، تعداد متغیرها و قیود بهینه‌سازی مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی به شدت کاهش یافته و سرعت حل افزایش می‌یابد. با بهره‌گیری از منحنی‌های بی‌اسپیلاین در هم‌نشانی مستقیم، تقریب پیوسته‌ای از متغیرها ایجاد شده و لزوم استفاده از گره‌های زمانی متعدد برای افزایش دقت تقریب از بین می‌رود.

این روش ترکیبی، فارغ از فراهم‌نمودن امکان بهینه‌سازی مسیر برخط نیز دارای اهمیت و ارزش می‌باشد. یعنی، حتی اگر به عنوان یک روش برون خط نیز از آن استفاده شود، نسبت به روش‌های متعارف بهینه‌سازی مسیر، مطلوب‌تر و دقیق‌تر می‌باشد. این امر بر

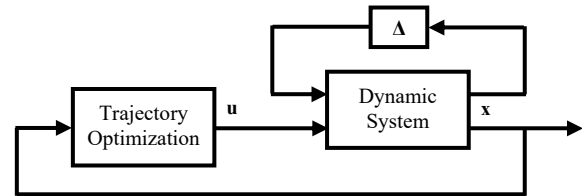
کنترل با لحاظ نمودن قیود حاکم و محدودیت‌های مسئله تعیین می‌گردند. همچنین ویژگی ارزشمند دیگر این روش، امکان تغییر ساختار مسئله بهینه‌سازی مسیر در هر لحظه می‌باشد که انعطاف‌پذیری مأموریتی فوق‌العاده‌ای را برای وسایل هوافضایی ایجاد می‌نماید. در این روش به دلیل حل مکرر مسئله بهینه‌سازی مسیر در بازه‌های زمانی کوتاه، امکان تغییر توابع هدف و قیود در هر بار حل مسئله وجود دارد. یعنی می‌توان هر مسئله را متناسب با شرایط وسیله و مأموریت، با ساختاری جدید تعریف نمود. مثلاً در میانه هدایت یک موشک برای رهگیری یک هدف، می‌توان مأموریت را تغییر داد و موشک را به سوی هدف دیگری هدایت نمود. در این روش، می‌توان مدل دینامیکی مورد استفاده برای تعیین مسیر بهینه را هم برای بخش‌های مختلف مأموریت تغییر داد.

برای پیاده‌سازی کنترل افق پسین و ایجاد حلقه‌های کنترلی بر مبنای روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی مسیر، رویکردهای مختلفی مطرح شده است. براساس این رویکردها، نحوه اثرگذاری شرایط لحظه‌ای و نهایی و مقاطع زمانی اعمال فرامین کنترلی مشخص می‌گردد. رویکردی که در این مقاله از آن بهره می‌بریم، به شرح زیر می‌باشد:

در این رویکرد، پس از راه‌اندازی حلقه کنترلی، مسئله بهینه‌سازی مسیر با استفاده از شرایط کنونی متغیرهای حالت، برای یک افق زمانی مشخص و محدود $t_{horizon}$ به صورت برخط حل می‌گردد. اگر فرض نماییم، زمان محاسبه مسیر بهینه در این رویکرد به اندازه t_{sample} باشد، کنترل بهینه مسیر محاسبه شده را در t_{sample} بعدی بر سیستم اعمال می‌نماییم. در همین هنگام (در t_{sample} دوم)، مسیر بهینه جدیدی را بر مبنای حالت کنونی وسیله محاسبه می‌کنیم و کنترل بهینه مسیر محاسبه شده را در t_{sample} سوم بر سیستم اعمال می‌نماییم. با ادامه این فرآیند تا پایان مأموریت، عملاً وسیله توانسته است با استفاده از مسیر بهینه محاسبه شده به صورت برخط، مأموریت خود را به انجام رساند. در شکل ۶، این رویکرد به صورت شماتیک نشان داده شده است. باید توجه داشت که با اعمال کنترل‌های بهینه محاسبه شده، الزاماً مسیرهای بهینه مورد انتظار طی نخواهند شد، زیرا به دلیل عوامل گوناگونی نظیر عدم قطعیت‌های مدل، اغتشاشات، عوامل تصادفی و هرآنچه که در بهینه‌سازی مسیر به دقت مدل نشده است، مسیر طی شده با مسیر مورد انتظار متفاوت خواهد بود. به همین جهت، هنگام محاسبه مسیر بهینه جدید، از شرایط مورد انتظار استفاده نمی‌شود و از شرایط واقعی وسیله استفاده می‌گردد.

همانگونه که در شکل ۶ مشخص است، هنگام اعمال فرامین کنترل بهینه، تنها آن بخشی از فرامین کنترل محاسبه شده اعمال می‌گردد که مربوط به بازه زمانی t_{sample} بعدی است. این کار سبب می‌شود تا تأخیرات محاسباتی، حداقل تأثیر را در فرآیند کنترل داشته

در این حلقه، خروجی‌های سیستم در مقاطع زمانی مشخص به کنترل‌گر مذکور پخش می‌شوند. در شکل ۵، نمودار بلوکی این شیوه کنترلی نشان داده شده است.



شکل ۵- بهینه‌سازی مسیر برخط در قالب یک حلقه بسته کنترلی

بهینه‌سازی مسیر برخط در قالب یک حلقه بسته کنترلی را می‌توان یک روش نوین کنترلی دانست که در آن، کنترل بر مبنای بهینه‌سازی مسیر صورت می‌گیرد. این سازوکار کنترلی، همانند آن چیزی است که در رویکرد کنترل پیش‌بین مدل انجام می‌شود.

در کنترل پیش‌بین، ابتدا، یک مسیر حلقه‌باز با حل یک مسئله کنترل بهینه مقید در یک بازه زمانی مشخص و محدود بدست می‌آید که شرایط اولیه آن مطابق با شرایط کنونی متغیرهای حالت در نظر گرفته می‌شود. سپس، کنترل‌های بهینه محاسبه شده، در بخش کوچکی از بازه زمانی مذکور بر سیستم دینامیکی اعمال می‌گردد. با تکرار این فرآیند، یک حلقه کنترلی ایجاد می‌شود. در واقع، این حلقه بسته کنترلی، از محاسبه مسیرهای بهینه از شرایط لحظه‌ای متغیرهای حالت بدست می‌آید [۱۵]. امروزه، این روش بیشتر تحت عنوان کنترل افق پسین شناخته می‌شود. زیرا در آن، فرامین کنترل بهینه برای افق‌های زمانی آتی بدست می‌آیند. عبارت کنترل افق پسین بیان دقیق‌تری از عملکرد این شیوه کنترلی نسبت به کنترل پیش‌بین می‌باشد.

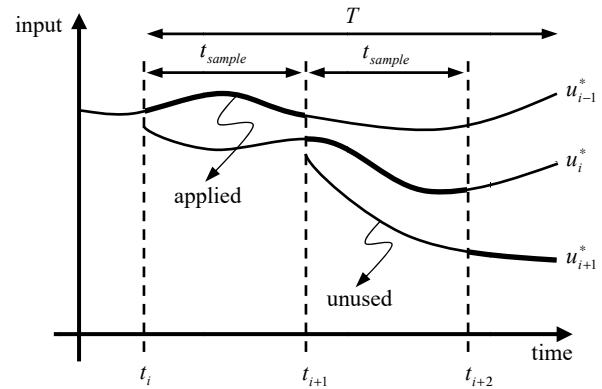
کنترل افق پسین، عملکرد موفق‌تری را در کنترل فرآیندهای صنعتی داشته است. البته این موفقیت به دلیل دینامیک نسبتاً کند فرآیندهای صنعتی بوده است. الگوریتم‌های کنترل افق پسین نیازمند توان محاسباتی بسیار زیادی هستند و در صورت پیاده‌سازی نامناسب، منجر به واگرایی یا پایداری ضعیفی خواهند شد. این مشکلات سبب گردیده است تا از بکارگیری این روش کنترلی در سیستم‌های غیرخطی با دینامیک سریع اجتناب گردد. امروزه، با پیشرفت و گسترش ابزارهای محاسباتی ارزان و در عین حال قدرتمند و نیز درک بهتر مشخصات پایداری کنترل افق پسین، این شیوه کنترلی مجدداً احیاء شده است.

استفاده از کنترل افق پسین برای کنترل وسایل هوافضایی توسط برخی از محققین پیشنهاد شده و مورد تحلیل قرار گرفته است [۱۶]. بهره‌گیری از کنترل افق پسین در زمینه هوافضا دارای مزایای بسیاری است که مهمترین آنها، قابلیت این روش کنترلی در در نظر گرفتن قیود حالت و کنترل می‌باشد. در این روش، فرامین

باشند و فرامین کنترل بهینه تنها در بازه‌های زمانی مربوط به خود اعمال شوند.

با توزیع نرمال، لازم است تا تحلیل مونت کارلو برای تعداد قابل قبولی از اجراها اعمال گردد. از اینرو، در این بخش برای هر تحلیل، ۱۰۰ اجرای مختلف صورت پذیرفته است. به منظور تحلیل پاسخ‌ها، انحراف از معیار خطای برد، میانگین سرعت برخورد با هدف و جذر میانگین مربعات (RMS) زاویه حمله را محاسبه می‌کنیم.

اگر برای شرایط اولیه مسیر و برخی از پارامترهای مدل، عدم قطعیت‌هایی مطابق با واقعیت موجود در نظر گرفته شود، وسیله با نقاط مختلفی برخورد خواهد نمود. در شکل ۷، مسیرهای حاصل از ۱۰۰ اجرا بدون اعمال قوانین هدایت و فرامین کنترل رسم شده است. با انجام این شبیه‌سازی برای ۱۰۰ اجرا، σ_3 خطای برخورد ۱۲۲۵۸ متر و میانگین سرعت نهایی ۸۲۲ متر بر ثانیه بدست می‌آید.



شکل ۶- نحوه اعمال فرامین محاسبه‌شده در روش کنترل افق پسین

در پیاده‌سازی کنترل افق پسین، تعیین مقدار $t_{horizon}$ متناسب با ماهیت دینامیکی مأموریت و وسیله صورت می‌گیرد. اما، مقدار t_{sample} براساس زمان حل مسئله بهینه‌سازی مسیر تعیین می‌شود. این زمان را هم می‌توان به صورت ثابت و هم به صورت متغیر در نظر گرفت. در حالت متغیر، هرگاه محاسبه مسیر بهینه پایان یابد، اعمال کنترل بهینه محاسبه‌شده و محاسبه مسیر بهینه جدید بر مبنای شرایط لحظه‌ای وسیله آغاز می‌شود. بدیهی است که مقدار $t_{horizon}$ باید بسیار بیشتر از t_{sample} باشد تا پیاده‌سازی مسیر بهینه، دقیق‌تر صورت گیرد. همچنین، باید t_{sample} نسبت به ثابت زمانی سیستم آنقدر کوچک باشد که بتوان بهینه‌سازی مسیر را براساس شرایط لحظه‌ای دانست.

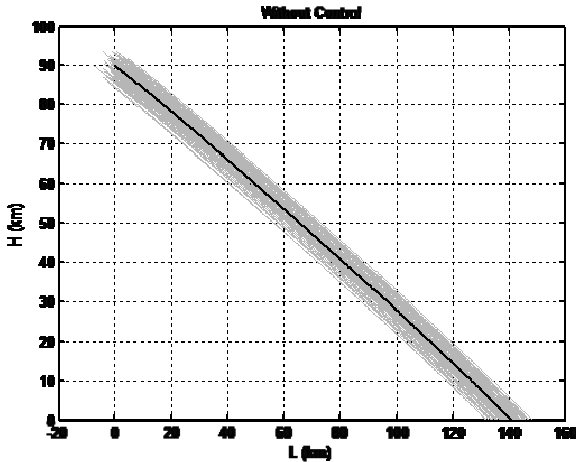
شبیه‌سازی و حل عددی

در این بخش، می‌خواهیم یک مثال عددی از اعمال قانون هدایت پیشنهادی برای یک جسم بازگشتی را مطرح نموده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی مربوطه را ارائه نماییم. در این شبیه‌سازی، تابع هدف را کمینه‌کردن زمان هدایت (بیشینه‌کردن سرعت برخورد) در نظر می‌گیریم.

در این بخش، علاوه بر اعمال قانون هدایت ترکیبی، قوانین هدایت PPN و TPN را نیز به عنوان دو نمونه از قوانین کلاسیک بهینه بر مسئله اعمال می‌نماییم تا امکان مقایسه روش پیشنهادی با روش‌های کلاسیک بهینه فراهم شود.

به منظور پیاده‌سازی قوانین هدایت، حداقل ارتفاع لازم برای اعمال فرامین هدایت را ۴۰ کیلومتر در نظر می‌گیریم. زیرا در ارتفاعات بالاتر از این مقدار، فرامین هدایت به دلیل رقیق‌بودن جو قادر به ایجاد تغییر در مسیر حرکت وسیله نیستند.

در فرآیند شبیه‌سازی به دلیل بهره‌گیری از متغیرهای تصادفی



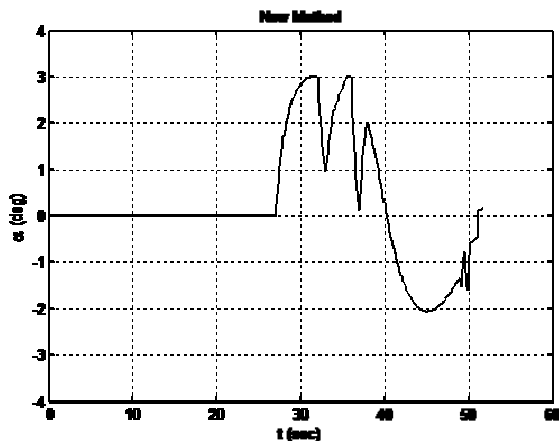
شکل ۷- شبیه‌سازی بدون کنترل

در جدول ۱، نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای ۱۰۰ اجرا با قوانین هدایت کلاسیک PPN و TPN و روش جدید پیشنهادی ارائه گردیده‌اند. همچنین، در شکل‌های ۸ تا ۱۰، یک نمونه از فرامین تولیدی توسط هر یک از سه روش هدایت نشان داده شده‌اند.

جدول ۱- مقایسه نتایج حاصل از سه روش با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها

Method	3σ Range Error (m)	Mean V_f (m/s)	Mean α RMS (deg)
PPN	1.21	763.70	1.71
TPN	1.27	761.63	1.74
New	5.69	952.14	1.36

همانگونه که ملاحظه می‌گردد، هر سه روش هدایت منجر به خطای برخورد قابل قبولی شده‌اند. اما قانون هدایت جدید توانسته است سرعت برخورد را به میزان قابل توجهی افزایش دهد و در عین حال، این کار را با تلاش کنترلی کمتری به انجام رسانده است. یعنی با تلاش کنترلی کمتر، عملکرد بهتری ارائه نموده است. در قانون هدایت جدید، نحوه تغییرات



شکل ۱۰- فرامین هدایت تولیدی توسط قانون هدایت جدید

نتیجه‌گیری

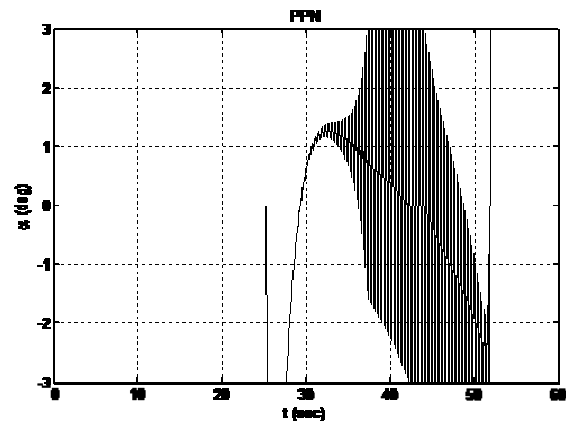
در مقاله حاضر، یک قانون هدایت جدید بر مبنای بهینه‌سازی مسیر برخط پیشنهاد گردید. این قانون با بهره‌گیری از یک روش ترکیبی، می‌تواند فرامین هدایت را متناسب با شرایط لحظه‌ای وسیله و هدف تولید نماید. این روش نوین می‌تواند عملکرد بهتری را نسبت به قوانین متعارف هدایت از خود نشان دهد و به دلیل انعطاف‌پذیری بالا در تعریف مدل‌های دینامیکی، توابع هدف و قیود نقطه‌ای و مسیری گوناگون، در کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار گیرد. در روش هدایت پیشنهادی، می‌توان با حداقل تلاش کنترلی به بهترین عملکرد وسیله دست یافت و با تولید فرامین هدایت هموار و کم‌نوسان، به بیشینه سرعت برخورد با هدف رسید.

مراجع

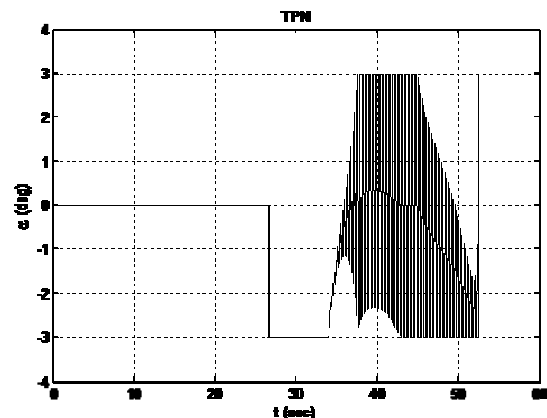
- [1] Shneydor N. A., *Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics, and Control*, Horwood Publishing, Chichester, England, 1998.
- [2] Palumbo N. F., Blauwkamp R. A., and Lloyd J., "Modern Homing Missile Guidance Theory and Techniques", *Johns Hopkins APL Technical Digest*, vol. 29, no. 1, pp. 42-59, 2010.
- [3] Contensou P., "Contribution à l'Etude Schematique des Trajectories Semi-Balistique à Grand Portée", *Communication to Association Technique Maritime et Aeronautique*, 1965.
- [4] Eisler G. R. and Hull D. G., "Guidance law for hypersonic descent to a point", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, AIAA, vol. 17, no. 4, pp. 649-654, 1994.
- [5] ر. اسماعیل‌زاده، «هدایت نزدیک بهینه ورود به جو با استفاده از رویکرد معکوس»، رساله دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ۱۳۸۶.
- [6] Naghash A., Esmaelzadeh R., Mortazavi M., and Jamilnia R., "Near Optimal Guidance Law for Descent

فرامین کنترل برخلاف دو قانون دیگر، هموار و غیرنوسانی می‌باشد. قوانین هدایت PPN و TPN خود در زمره قوانین هدایت بهینه می‌باشند، اما از آنجاییکه قادر نیستند محدودیت‌های فرامین را در نظر بگیرند منجر به بروز اشباع در کنترل‌ها می‌شوند. در این حالت، فرمان تولیدی بیش از مقدار کنترل اعمالی بر وسیله می‌باشد و وسیله به دلیل بروز اشباع، فرمان هدایت را به طور کامل تبعیت نمی‌کند. درحالیکه در قانون هدایت جدید (روش ترکیبی)، امکان تعریف محدودیت‌های فرامین کنترل وجود دارد و قانون هدایت، فرامین را بر مبنای همین محدودیت‌ها بهینه می‌کند. نکته دیگر این است که بهینگی قوانین هدایت کلاسیک، براساس مدل‌سازی سینماتیکی بسیار ساده‌ای بدست آمده است و هدف از اینگونه قوانین هدایت، صرفاً کاهش خطای برخورد بوده است. اما در قانون هدایت جدید، تابع هدف، کمینه‌کردن زمان (بیشینه‌کردن سرعت برخورد) بوده است که اثر آن در جدول ۱ به وضوح قابل مشاهده است.

قانون هدایت جدید بگونه‌ای عمل می‌کند که وسیله در حداقل زمان به هدف نزدیک شود و میزان اُت سرعت آن کمینه باشد تا سرعت برخورد با هدف بیشینه گردد.



شکل ۸- فرامین هدایت تولیدی توسط قانون هدایت PPN



شکل ۹- فرامین هدایت تولیدی توسط قانون هدایت TPN

- International Journal of Control*, vol. 61, pp. 1327-1361, 1995.
- [12] De Boor C., *A Practical Guide to Splines*, Springer, 1978.
- [13] Betts J. T., *Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming*, 2nd ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [14] Wächter A., "An Interior Point Algorithm for Large Scale Nonlinear Optimization with Applications in Process Engineering", Ph.D. dissertation, Carnegie Mellon University, Pennsylvania, 2002.
- [15] Jadbabaie A., "Nonlinear Receding Horizon Control: A Control Lyapunov Function Approach", Ph.D. dissertation, California Institute of Technology, Pasadena, 2001.
- [16] Milam M. B., "Real-Time Optimal Trajectory Generation for Constrained Dynamical Systems", Ph.D. dissertation, California Institute of Technology, Pasadena, 2003.
- to a Point Using Inverse Problem Approach", *Journal of Aerospace Science and Technology*, Elsevier, vol. 12, pp. 241-247, 2008.
- VonStryk O., "Numerical Solution of Optimal Control Problems by Direct Collocation", *International Series of Numerical Mathematics*, Birkhauser Verlag, 1993.
- [8] Betts J. T., "Survey of Numerical Methods for Trajectory Optimization", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, AIAA, vol. 21, no. 2, pp. 193-207, 1998.
- [۹] ر. جمیل‌نیا، «توسعه روش برخط ترکیبی برای بهینه‌سازی مسیر»، رساله دکتری، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ۱۳۹۰.
- [10] Seywald H., "Trajectory Optimization based on Differential Inclusion", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, AIAA, vol. 17, pp. 480-487, 1994.
- [11] Fliess M., Levine J., Martin P., and Rouchon P., "Flatness and Defect of Nonlinear Systems",